



ตระกูล

คณิตศาสตร์

ม.ปลาย (ปีที่ ๑)

ชื่อหนังสือ ผ่านฉลุย ตะลุยคณิตศาสตร์ ม.ปลาย (พื้นฐาน)  
ผู้เขียน สกล ตั้งเก้าสกุล และ กิตติพันธ์ วิบูลศิลป์

สำนักพิมพ์ฟรีมายด์

พิมพ์ครั้งที่ 1 สิงหาคม 2562

ราคา 395 บาท

ISBN 978-616-403-072-5



สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537

โดย บริษัท ฟรีมายด์ พับลิชซิ่ง จำกัด

ห้ามลอกเลียนแบบไม่ว่าส่วนหนึ่งส่วนใดของหนังสือเล่มนี้

นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้จัดพิมพ์

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

สกล ตั้งเก้าสกุล.

ผ่านฉลุย ตะลุยคณิตศาสตร์ ม.ปลาย (พื้นฐาน).-- กรุงเทพฯ : ฟรีมายด์ พับลิชซิ่ง, 2562. 424 หน้า.

1. คณิตศาสตร์--ข้อสอบและเฉลย. 2. คณิตศาสตร์--แบบเรียน. I. กิตติพันธ์ วิบูลศิลป์, ผู้แต่งร่วม. II. ชื่อเรื่อง.

510

บรรณาธิการที่ปรึกษา กฤษณาพร ชุ่มสาย ณ อยุธยา

บรรณาธิการบริหาร สานุพันธ์ ชุ่มสาย ณ อยุธยา

บรรณาธิการ อิศวเรศ ตโมณฑุท

พิสูจน์อักษร กองบรรณาธิการ

ศิลปกรรม พรชนก สุขสานต์, นิชชีมา แสงแก้ว

ออกแบบปก นิชชีมา แสงแก้ว

## จัดทำโดย

บริษัท ฟรีมายด์ พับลิชชิง จำกัด

27/33 ซอยศรีบำเพ็ญ ถนนพระราม 4 แขวงทุ่งมหาเมฆ เขตสาทร กรุงเทพฯ 10120

โทรศัพท์ 0-2286-2414 โทรสาร 0-2286-2417

www.freemindbook.com  FreeMind Education **LINE@**: freemindbook

## พิมพ์ที่

บริษัท กรีน ไลฟ์ พรินท์ติ้ง เฮาส์ จำกัด

68 ซ.เทียนทะเล 20 ถนนบางขุนเทียน-ชายทะเล แขวงแสมดำ เขตบางขุนเทียน กรุงเทพฯ

10150 โทรศัพท์ 0-2892-1940-2 โทรสาร 0-2892-1940 กต 9

## จัดจำหน่ายโดย

ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10530

โทรศัพท์ 0-2218-9872 โทรสาร 0-2254-9495

Call Center (จัดส่งทั่วประเทศ) โทรศัพท์ 0-2255-4433

www.chulabook.com รานค้าติดต่อ แผนกขายส่ง สาขาหัวหมาก

โทรศัพท์ 0-2374-1374-5 โทรสาร 0-2374-1377

หากพบว่าหนังสือมีข้อผิดพลาดหรือไม่ได้มาตรฐาน โปรดส่งหนังสือกลับมาที่สำนักพิมพ์ (ทางไปรษณีย์) ทางเรายินดีเปลี่ยนแปลงใหม่ให้ท่านทันที

หนังสือเล่มนี้พิมพ์ด้วยกระดาษ  มาตรฐาน ดียวกับยุโรป

เยื่อไม้ผลิตจากป่าปลูก 100% มีงานักเบา ปลอดภัยและเป็นอันตราย

รักษาสิ่งแวดล้อมโดยลดการปล่อยก๊าซเรือนกระจกสูงสุด 35%

และใช้หมึกพิมพ์  ที่ผลิตจากวัตถุดิบธรรมชาติ

เนื้อหมึกผลิตจากถั่วเหลือง และผงหมึกผลิตจากสีของหินตามธรรมชาติ

# คำนำ

ผ่านฉลุย ตะลุยคณิตศาสตร์ ม.ปลาย (พื้นฐาน) เป็นหนังสือที่เหมาะสมสำหรับน้องนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (ม.4 – ม.6) ทุกคน ไม่ว่าน้องจะเรียนวิทยาศาสตร์ วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ศิลปศาสตร์ ภาษาศาสตร์ หรือสายการเรียนอื่นๆ เพราะ “**พื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์**” ถือเป็นวิชาหนึ่งที่น้องๆ ทุกคนจำเป็นต้องเรียนรู้ ทำความเข้าใจ และผ่านมันไปให้ได้!!

ผ่านฉลุย ตะลุยคณิตศาสตร์ ม.ปลาย (พื้นฐาน) เขียนขึ้นจากความเชื่อมั่นว่า “**น้องๆ ทุกคนมีศักยภาพในตนเองที่จะเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้**” และเชื่อมั่นว่าหนังสือเล่มนี้จะช่วยเป็น “**เพื่อนคู่คิด**” ในการเตรียมความรู้พื้นฐานที่จะนำไปสู่การลงสนามสอบวิชาคณิตศาสตร์ทุกสนาม ไม่ว่าจะเป็นการเตรียมสอบแข่งขันเข้าสู่มหาวิทยาลัย การสอบตรง O-NET วิชาสามัญ และการสอบ PAT1 รวมถึงการสอบกลางภาค/ปลายภาคในวิชาคณิตศาสตร์ระดับ ม.4 – ม.6 ของโรงเรียนอีกด้วย

แนวทางในการอ่านหนังสือเล่มนี้ หากใครที่กำลังรู้สึกตัวเองเรียนเนื้อหาพอถึงเวลาเจอโจทย์/ข้อสอบแล้ว “**ไม่รู้จะนำความรู้ที่มีไปใช้ทำข้อสอบอย่างไร**” น้องทุกคนที่มี “**หนังสือเล่มนี้เป็นเพื่อนคู่คิด**” จะได้เป็น และ 1. ทวนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ผ่าน “**ตัวอย่างข้อสอบ**” แต่ละข้อที่แยกไว้ตามบทย่อย ่างละเอียด ซึ่งน้องสามารถ “**เริ่มต้นอ่านจากบทใดก่อนก็ได้**” ตามที่น้องกำลังเรียนอยู่ในห้องเรียน หรือตามที่น้องต้องการทบทวนเนื้อหา และมี “**ข้อสอบรวมครบทุกบท 2 ฉบับ**” ให้น้องได้ทดสอบด้วยตัวเอง สำหรับหนังสือเล่มนี้ มีส่วนประกอบหลักอยู่ 4 ส่วน ดังนี้

1. “**คำถามสำคัญ**” หรือ Question ในหนังสือจะใช้สัญลักษณ์ **Q** เป็นตัวอย่างของข้อสอบที่น้องทุกคนควร “**ทำให้ได้!**” เพื่อเตรียมพร้อมตัวเองก่อนลงสนามสอบต่างๆ
2. “**เนื้อหาสำคัญ**” หรือ Content ในหนังสือจะใช้สัญลักษณ์ **C** เป็นเนื้อหาความรู้และแนวคิดสำคัญที่น้องทุกคนควร “**ต้องรู้!**” และ “**ต้องระวัง!**” เพื่อนำความรู้นั้นไปใช้ในการตอบคำถามได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ และไม่โดนหลอกในข้อสอบ ีกต่อไป
3. “**แนวการตอบคำถาม**” หรือ Answer ในหนังสือจะใช้สัญลักษณ์ **A** เป็นวิธีการหาคำตอบของคำถามที่น้องทุกคนควร “**ต้องรู้!**” เพื่อทำความเข้าใจกับแนวทางการตอบคำถาม และเพื่อตรวจสอบว่าสิ่งที่น้องคิดถูกต้องหรือไม่
4. “**ข้อแนะนำ**” หรือ Tips ในหนังสือจะใช้สัญลักษณ์ **T** เป็นเทคนิควิธีการในการตอบคำถาม และข้อควรระวังต่างๆ ที่น้องทุกคนควร “**ต้องใช้!**” เพื่อให้ทำข้อสอบได้รวดเร็วมากยิ่งขึ้น และเพื่อลดข้อผิดพลาดต่างๆ ที่อาจเกิดขึ้นได้ในการทำข้อสอบให้น้อยลง

หนังสือเล่มนี้จะช่วยให้คุณ ประเมินตนเองว่า “มีความพร้อมในการสอบในระดับใด” บางคนอาจคิดว่าตนเองนั้น “พร้อมแล้ว” หรือบางคนอาจ “ยังไม่แน่ใจ” ซึ่งสามารถลองตอบคำถามใน “แบบประเมินตนเอง” (หน้า 14) ก่อนที่เราควรทบทวนเรื่องใดบ้าง แล้วจึงเลือกอ่านหนังสือเล่มนี้ตามบทย่อยที่น้องยังไม่แน่ใจ ดังตัวอย่างแนวทางการอ่านต่อไปนี้



ผู้เขียนขอน้อมรำลึกถึงพระคุณครู อาจารย์ ผู้ประสิทธิ์ประสาทวิชาและถ่ายทอดองค์ความรู้ทางการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกคนที่มีส่วนช่วยเติมเต็มความรู้ทางวิชา การและส่งต่อแรงบันดาลใจที่ดีในการทำงานเพื่อประโยชน์ต่อการศึกษาชาติไป

สุดท้ายนี้ ขอเป็นกำลังใจให้น้องทุกคนที่มุ่งมั่น และตั้งใจในการพัฒนาตัวเองเพื่อทำตามความฝันของตนเอง ครอบครัวยุ และคนที่เรารัก ขอให้น้องทุกคนประสบความสำเร็จอย่างที่ได้มุ่งมั่นและตั้งใจไว้ในด้านการเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์

หากมีข้อผิดพลาดประการใด ผู้เขียนต้องขออภัยไว้ ณ ที่นี้ด้วย และโปรดแจ้งมาทางสำนักพิมพ์ หรือผู้เขียนได้โดยตรงเช่นกัน เพื่อนำข้อผิดพลาดดังกล่าวไปปรับปรุงและแก้ไขในโอกาสต่อไป

# คำนิยม

พี่เรียนกับพี่เบงค์มาตั้งแต่ ม.2 ม.3 ยันจบ ม.6 เลยครับ (นานมาก) พี่เบงค์ ปิ๊คน ที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีมาก ๆ สอนสนุกด้วย จากแต่ก่อนพี่เคยคิดว่าวิชานี้มันยาก มีสูตร เยอะแยะไปหมด พอได้มาเรียนกับพี่เบงค์ พี่ก็คิดว่ามันไม่ได้ยากอย่างที่คิดครับ เพราะพี่เบงค์ สอนตั้งแต่พื้นฐานไปจนถึงการประยุกต์ใช้งานเลย แถมยังมีเทคนิคดีๆ ในการทำข้อสอบที่ช่วยให้ทำข้อสอบได้เร็วขึ้นด้วยครับ

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่พี่คิดว่ามีความสำคัญมากๆ โดยเฉพาะในข้อสอบ O-NET ที่น้องๆ สอบแต่แค่ครั้งเดียว แต่พี่เชื่อว่าถ้าน้องๆ ได้มาเรียนกับพี่เบงค์ หรือเรียนรู้จากหนังสือเล่มนี้ ก็จะทำให้ น้องๆ สามารถเก็บคะแนนวิชานี้ไปได้โดยที่ไม่ยากเลยครับ

สุดท้ายนี้ ขอบคุนพี่เบงค์มากๆ นะครับ ที่ทำให้ผมสอบได้คณะที่ฝันแล้ว ขอบคุนครับ

ศุภโชค เจริญศักดิ์โยธิน

คณะแพทยศาสตร์ศิริราชพยาบาล

มหาวิทยาลัยมหิดล

## “การก้าวผ่านความกลัว ถือเป็นความสำเร็จชนิดหนึ่ง”

คณิตศาสตร์สำหรับผมมันเหมือนฝันร้ายในวัยเด็ก ครูที่เคยสอนก็แสนจะดุ โจทย์ที่ต้องทำก็แสนจะยาก มันทำให้ผมไม่มีความมั่นใจในการเรียน การทำโจทย์ และไม่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์เลย พอวันหนึ่งได้มาเรียนกับพี่ตี๋ ทำให้ผมรู้ว่าคณิตศาสตร์มันจำเป็นกับเรานะ ไม่ว่าเราจะอยู่ในสาขาวิชาซีพอะไรก็ตาม พี่ตี๋ได้สอนและให้แนวทางในการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ และสอดแทรกเทคนิคในการคิด การทำโจทย์ต่างๆ ให้ผมมาตลอด ผมเชื่อว่า ถ้าน้องคนไหนได้ลองเรียน หรือได้อ่านหนังสือของพี่ตี๋ น่าจะช่วยให้เข้าใจเทคนิคต่างๆ ได้มากขึ้นอย่างแน่นอนครับ

ขอบคุนพี่ตี๋ที่ทำให้ผมก้าวข้ามความกลัวในการเรียนคณิตศาสตร์ และการทำโจทย์ต่างๆ ได้

ธนทัต ติरणะชัยติกุล

สาขาวิชาคณิตศาสตร์อุตสาหกรรม

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล

เราเป็นคนไม่ได้เก่งเลขมากนัก แต่ตอนนั้นอยากเข้าคณะบัญชี เลยคิดว่าโอเค เรียนเสริมแบบตัวต่อตัวน่าจะดีกว่า แล้วพอติ๊กได้เรียนกับพี่ตี๋ จริงๆ คือคิดว่าเราโชคดีมาก เพราะพี่ตี๋เคลียร์พื้นฐานใหม่ให้ทั้งหมด คอยสอน เก่งข้อสอบ แก้ไขจุดอ่อนต่างๆ และให้ฝึกทำโจทย์ จนสามารถได้คะแนนสอบ PAT 1 ได้ตามที่หวังไว้ แล้วก็สอบติดรอบตรงที่จุฬาฯ เชื่อว่า น้องๆ ที่ได้ลองอ่านหนังสือของพี่ตี๋ และฝึกฝนทำข้อสอบด้วยตัวเอง ก็จะทำคะแนนสอบวิชาเลขให้ตาม ที่หวังไว้ค่ะ ต้องบอกเลยว่าความรู้สึกตอนที่ทำข้อสอบแล้วได้คะแนนมันดีกว่ามีหัวข้อสอบแล้วได้คะแนนเยอะเลยมันคือความรู้สึกที่เราสามารถ achieve อะไรสักอย่างเมื่อก่อนถ้าเจอข้อสอบเลขแบบนี้เราคงทำไม่ได้แน่นอน แต่ตอนนี้เราทำได้แล้ว :)

**วคินี ทองกาญจน์**

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก ถ้าไม่มีพื้นฐานที่ดีแล้วจะต่อยอดได้ยากมากๆ ส่วนตัวรู้สึกโชคดีที่เจอพี่ตี๋ได้มีโอกาสเรียนกับพี่ตี๋ตั้งแต่ก่อนเข้ามามหาวิทยาลัย จนถึงเอาไปใช้ตอนเรียนมหาวิทยาลัย ปกติตัวเองไม่ค่อยเข้าใจวิชานี้ และมีพื้นฐานไม่ค่อยแน่นมาแต่แรก แต่พี่ตี๋ช่วยปรับพื้นฐาน ปรับวิธีคิด สอนแต่ละเรื่องให้เข้าใจง่าย เชื่อมโยงกันเป็นระบบ ทำให้เราเข้าใจมันจริงๆ เวลาเจอโจทย์ยากๆ ก็จะสามารถพลิกแพลงได้ค่ะ เปิดดูหนังสือคร่าวๆ แล้วยังจำได้เลยว่าเรื่องนี้พี่ตี๋เคยสอนแล้ว

ย้ำว่าเรียนตั้งแต่ก่อนเข้ามามหาวิทยาลัย จนถึงเอาไปใช้ตอนเรียนมหาวิทยาลัยได้เลยค่ะ

**ปัทมากริชย์ โรจนวัฒนา**

คณะเศรษฐศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญ

เรื่อง	หน้า
<b>แบบประเมินตนเอง</b>	<b>14</b>
<b>บทที่ 1 เซต</b>	<b>16</b>
1 เซตจำกัด เซตอนันต์ และเซตว่าง	17
2 ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ ผลต่าง และเอกภพสัมพัทธ์	19
3 แผนภาพเวนน	21
4 สับเซตและเพาเวอร์เซต	25
5 จำนวนสมาชิกของเซตจำกัดและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเซต	27
6 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับเซต (การหาค่า $A \cup B \cup C$ สำหรับ 3 เซต)	33
7 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับเซต (แผนภาพเวนน)	40
<b>บทที่ 2 การให้เหตุผล</b>	<b>46</b>
8 การอุปนัย	47
9 การตรวจสอบความสมเหตุสมผล (ทุกตัวเป็นสมาชิก)	51
10 การตรวจสอบความสมเหตุสมผล (สมาชิกที่ไม่เกี่ยวข้องกัน)	55
11 การตรวจสอบความสมเหตุสมผล (บางตัวเป็นสมาชิก)	57
12 ตัวอย่างค้าน	61
<b>บทที่ 3 จำนวนจริง</b>	<b>63</b>
13 การจำแนกจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	64
14 จำนวนจริง	68
15 สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ	72
<b>บทที่ 4 สมการและฟังก์ชันเชิงเส้น</b>	<b>76</b>
16 ความสัมพันธ์	77
17 ฟังก์ชัน	81
18 การหาค่าของฟังก์ชัน	85
19 ฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น	89
20 การสร้างฟังก์ชันเชิงเส้นจากกราฟ	95
21 อสมการเชิงเส้น	98
22 ระบบสมการเชิงเส้น	102
23 การประยุกต์เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น	104



เรื่อง	หน้า
<b>บทที่ 5 สมการและฟังก์ชันกำลังสอง</b>	<b>108</b>
24 ฟังก์ชันกำลังสองและกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	109
25 การคูณพหุนามและการแยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสอง	115
26 การสร้างฟังก์ชันกำลังสองจากกราฟ	119
27 จุดยอดของกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	123
28 ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง	125
29 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันกำลังสอง	127
30 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้การแยกตัวประกอบของพหุนาม	129
31 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้สูตร	131
32 ผลบวกและผลคูณของคำตอบของสมการกำลังสอง	133
33 จำนวนคำตอบของสมการกำลังสอง	135
34 จุดตัดแกน $X$ และจุดตัดแกน $Y$ ของกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	138
35 อสมการกำลังสอง	140
36 การประยุกต์เกี่ยวกับสมการกำลังสอง	144
37 การประยุกต์เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง	146
<b>บทที่ 6 สมการและฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์</b>	<b>148</b>
38 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง	149
39 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์และกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	151
40 กราฟของการแปลงฟังก์ชัน	155
41 กราฟของการแปลงฟังก์ชันด้วยค่าสัมบูรณ์	159
42 การร่างกราฟ	162
43 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	165
44 สมการค่าสัมบูรณ์	168
45 จำนวนคำตอบของสมการค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ	171
46 อสมการค่าสัมบูรณ์	173

เรื่อง	หน้า
<b>บทที่ 7 เลขยกกำลัง พังค์ชันกรณฑ์ และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล</b>	<b>176</b>
47 สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	177
48 การเปรียบเทียบค่าของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 1	180
49 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	181
50 การปรับรูปของเศษส่วนที่มีเลขยกกำลัง	183
51 สมการเอกซ์โพเนนเชียล	186
52 เศษส่วนที่มีกรณฑ์ที่สองเป็นตัวส่วน	188
53 กรณฑ์ของจำนวน	191
54 การหาผลบวกและผลต่างของจำนวนในรูปกรณฑ์	193
55 สมบัติการคูณของกรณฑ์ ( $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ )	195
56 กรณฑ์ของเอกนาม	196
57 การบวกลบกรณฑ์ของเอกนาม	198
58 สมบัติการคูณของกรณฑ์ ( $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ )	200
59 จำนวนที่อยู่ในรูป $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$	202
60 ฟังก์ชันรากที่สองและกราฟของฟังก์ชันรากที่สอง	204
61 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันรากที่สอง	208
62 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	210
63 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	216
<b>บทที่ 8 การประยุกต์เกี่ยวกับสมการและฟังก์ชัน</b>	<b>219</b>
64 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	220
65 การแก้สมการโดยใช้กราฟ	223
66 การสร้างสมการ	226
67 การสร้างฟังก์ชัน	228
68 อสมการข้อจำกัด	231

เรื่อง

หน้า

**บทที่ 9 อัตราส่วนตรีโกณมิติ**

**234**

69 อัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยม $30^\circ$ $45^\circ$ $60^\circ$	235
70 การหามุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	239
71 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าไซน์กับค่าโคไซน์	242
72 การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติจาก รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	244
73 การเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ	246
74 การหาความยาว (การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ)	250
75 มุมเงย (การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ)	254
76 มุมก้ม (การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ)	257

**บทที่ 10 ลำดับและอนุกรม**

**261**

77 การจำแนกลำดับเลขคณิต	262
78 การหาพจน์ที่ $n$ ของลำดับเลขคณิต	264
79 การหาผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต	267
80 การหาชุดของจำนวนที่หารด้วย $a$ ลงตัว ด้วยลำดับเลขคณิต	269
81 อนุกรมเลขคณิต	277
82 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเลขคณิต	279
83 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิต	281
84 การหาพจน์ที่ $n$ ของลำดับโดยใช้อนุกรมเลขคณิต	283
85 การจำแนกลำดับเรขาคณิต	287
86 การหาพจน์ที่ $n$ ของลำดับเรขาคณิต	289
87 การหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต	291
88 อนุกรมเรขาคณิต	293
89 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเรขาคณิต	295
90 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิต	297
91 การหาแบบรูปโดยใช้ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต	299

เรื่อง

หน้า

**บทที่ 11 ความน่าจะเป็น**

**302**

92	การนับโดยการแจกแจงกรณี	303
93	การนับโดยใช้แผนภาพต้นไม้ที่เป็นระเบียบ	305
94	การนับโดยใช้แผนภาพต้นไม้ที่ไม่เป็นระเบียบ	307
95	การนับโดยใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน	309
96	การนับเชิงทฤษฎีการสร้าางจำนวนที่มีเงื่อนไขต่างๆ	314
97	การนับจำนวนวิธีการสร้าางรหัสหรือสลากกินแบ่งรัฐบาล	320
98	การนับจำนวนเหตุการณ์ของการทอดลูกเต๋า	323
99	การนับโดยใช้วิธีการจัดเรียงสับเปลี่ยนที่มีสิ่งของซ้ำกัน	325
100	การนับโดยใช้วิธีการจัดหมู่	328
101	การหาความน่าจะเป็นของข้อมูลในรูปแบบตาราง	332
102	การหาความน่าจะเป็นโดยใช้สูตร $P(A) = 1 - P(A')$	335
103	การหาความน่าจะเป็นที่มีเงื่อนไขเกี่ยวกับจำนวนจริง	337
104	การหาความน่าจะเป็นที่ไม่ทราบจำนวนข้อมูล	339
105	การหาความน่าจะเป็นที่มีจำนวนข้อมูลในรูปของอัตราส่วน	341
106	การหาความน่าจะเป็นโดยใช้แผนภาพต้นไม้และหลักการนับ	343
107	การหาความน่าจะเป็นโดยใช้แผนภาพเวนน	346

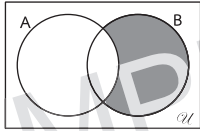
**บทที่ 12 สถิติและการวิเคราะห์ข้อมูล**

**349**

108	ความหมายของสถิติและประเภทของข้อมูล	350
109	การนำเสนอข้อมูลโดยใช้ความถี่ ความถี่สะสม และความถี่สะสมสัมพัทธ์	354
110	การหาค่ากลางของข้อมูล (ไม่แจกแจงความถี่)	358
111	การนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภาพต้น-ใบ	361
112	การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่	363
113	การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนัก	368
114	การนำเสนอข้อมูลโดยใช้ฮิสโตแกรม	370
115	การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลง	373

เรื่อง	หน้า
<b>บทที่ 12 สถิติและการวิเคราะห์ข้อมูล (ต่อ)</b>	
116 การเลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสม	375
117 การหาควอไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นไทล์	378
118 การนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภาพกล่อง	384
119 การหาพิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความแปรปรวนของข้อมูล	389
120 การหาลักษณะของการกระจายข้อมูลจากค่ากลาง (เบ้ซ้าย เบ้ขวา และสมมาตร)	392
121 การหาลักษณะของการกระจายข้อมูลจากแผนภาพกล่อง (เบ้ซ้าย เบ้ขวา และสมมาตร)	394
122 การเปลี่ยนแปลงของค่าทางสถิติที่มีจำนวนข้อมูลเพิ่มขึ้นหรือลดลง	397
123 การหาค่ากลางของข้อมูลที่สัมพันธ์กัน	400
124 การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่สัมพันธ์กัน	403
125 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม	405
<b>ข้อสอบ ฉบับที่ 1</b>	<b>408</b>
เฉลยข้อสอบ ฉบับที่ 1	415
<b>ข้อสอบ ฉบับที่ 2</b>	<b>416</b>
เฉลยข้อสอบ ฉบับที่ 2	423
<b>คณะผู้เขียน</b>	<b>424</b>

# แบบประเมินตนเอง

ลองคิดดู...	ถูก (✓)	ผิด (✗)
1. พื้นที่ที่แรเงาคือ $B \cap A'$ 		
2. ถ้า $A = \emptyset$ แล้ว $n(P(A)) = 1$		
3. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$		
4. เหตุ 1) จำนวนนับทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม 2) a เป็นจำนวนเต็ม ผล a เป็นจำนวนนับ เป็นการอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล		
5. ในระบบจำนวนจริง มีจำนวนจริงที่เป็นเอกลักษณ์การบวก มากมายไม่จำกัด		
6. ความสัมพันธ์ $r = \{(1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$ เป็นฟังก์ชัน		
7. กราฟ $y = x^2 - 2x - 15$ มีจุด $(1, -16)$ เป็นจุดสูงสุด		
8. คำตอบของสมการ $(x - 3)(x + 5) < 0$ คือ ช่วง $(-3, 5)$		
9. คำตอบของสมการ $ x  = 8$ คือ 8 และ -8		
10. $5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{5^3}$		
11. คำตอบของสมการ $2^{x+2} = 16$ คือ 2		
12. $\sqrt{81} = \pm 9$		
13. นิพจน์ $\sqrt{x^2}$ มีค่าเท่ากับ $x$		
14. ถ้า $f(x) = 2^x + 3$ แล้ว $f(x)$ จะมีค่ามากกว่า 3 เสมอ		
15. ค่าของ $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ = \sqrt{3}$		
16. ถ้า $\sin A = \frac{4}{5}$ แล้ว $\tan A = \frac{3}{4}$		

ลองคิดดู...	ถูก (✓)	ผิด (✗)
17. ถ้าลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์แรกเท่ากับ 3 และมีผลต่างร่วมเท่ากับ 4 แล้ว พจน์ที่ 17 จะเท่ากับ 67		
18. ผลบวกของ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 50$ มีค่าเท่ากับ 1,275		
19. ลำดับ 2, -4, 8, -16, 32 เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2		
20. ถ้าอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 0.50$ และ $r = 2$ แล้ว $S_8 = 127.50$		
21. แบบทดสอบชุดหนึ่งเป็นแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก มีข้อสอบทั้งหมด 4 ข้อ จำนวนวิธีการตอบแบบทดสอบชุดนี้ทุกข้อโดยไม่เว้นได้แตกต่างกันทั้งหมด $4 \times 5 = 20$ วิธี		
22. จำนวนสองหลักที่เป็นจำนวนเต็มคี่มีทั้งหมด 50 จำนวน		
23. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของข้อมูล 10, 15, 4, 10, 11 มีค่าเท่ากัน		
24. แผนภาพกล่อง นำเสนอข้อมูลโดยใช้ข้อมูล 5 ตัว ประกอบด้วยข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด, ข้อมูลที่ตรงกับควอไทล์ที่ 1, ควอไทล์ที่ 2, ควอไทล์ที่ 3 และข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด ตามลำดับ		

1.  (น.พ. 3) 2.  (น.พ. 4) 3.  (น.พ. 5) 4.  (น.พ. 9)
5.  (น.พ. 15) 6.  (น.พ. 17) 7.  (น.พ. 28) 8.  (น.พ. 35)
9.  (น.พ. 44) 10.  (น.พ. 49) 11.  (น.พ. 51) 12.  (น.พ. 53)
13.  (น.พ. 55) 14.  (น.พ. 63) 15.  (น.พ. 69) 16.  (น.พ. 72)
17.  (น.พ. 78) 18.  (น.พ. 81) 19.  (น.พ. 85) 20.  (น.พ. 88)
21.  (น.พ. 95) 22.  (น.พ. 96) 23.  (น.พ. 110) 24.  (น.พ. 118)

เฉลย

บทรที่ 1

เซต



Q

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1)  $A = \{x/x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}\}$  เป็นเซตจำกัด
- 2)  $B = \mathbb{N}$  เป็นเซตจำกัด
- 3)  $C = \emptyset$  เป็นเซตจำกัด
- 4)  $D = \{x/x^0 = 1\}$  เป็นเซตจำกัด

C

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการตอบคำถามนี้มี 9 หัวข้อย่อย ดังนี้

- 1 **เซต** ใช้ในการอธิบายกลุ่มของสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะเดียวกัน โดยสิ่งต่างๆ ที่อยู่ในเซต เราเรียกว่า “สมาชิก”
- 2 **สมาชิกในเซตจะต้องระบุได้อย่างชัดเจน (well-defined)** ว่าสามารถอยู่ในเซตได้อย่างแน่นอน เช่น เราไม่สามารถเขียนเซตของเด็กที่น่ารักไปโรงเรียนได้ เนื่องจากความน่ารักเป็นความคิดเห็นส่วนบุคคล เหนือกว่าจะน่ารักในสายตาของคนคนหนึ่ง แต่อาจจะไม่น่ารักในสายตาของอีกคนหนึ่งได้
- 3 **สมาชิกในเซตต้องไม่ซ้ำกัน (distinct)** เช่น เซตที่มีสมาชิกเป็น 1 ซ้ำกันห้าตัว ให้ถือว่าเซตนั้นมีสมาชิกเพียงตัวเดียว คือ 1
- 4 **การเขียนแทนเซต** โดยทั่วไป การอธิบายสมาชิกในเซตมีรูปแบบการเขียน 2 รูปแบบ ดังนี้
  - 4.1 **แบบแจกแจงสมาชิก** เป็นการเขียนสมาชิกในเซตทุกตัว โดยใช้เครื่องหมาย “,” คั่นสมาชิกแต่ละตัว

**อธิบาย** เช่น  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  อ่านว่า “A เป็นเซตที่มีสมาชิก 1, 2, 3 และ 4”

4.2 **แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก** เป็นการเขียนโดยใช้ตัวแปรแทนสมาชิกในเซต แล้วอธิบายลักษณะหรือเงื่อนไขของตัวแปรนั้น เขียนแทนโดยใช้เครื่องหมาย “|” แทนคำว่า “โดยที่”

**อธิบาย** เช่น  $A = \{x|0 < x < 5\}$

อ่านว่า “A เป็นเซตที่มีสมาชิกเป็น  $x$  โดยที่  $x$  มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 5”

- 5 **การเป็นสมาชิกของเซต** เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\in$ ” แทนคำว่า “เป็นสมาชิกของ”

**อธิบาย** เช่น  $1 \in A$  อ่านว่า “1 เป็นสมาชิกของเซต A”

และการไม่เป็นสมาชิกของเซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\notin$ ” แทนคำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ”

**อธิบาย** เช่น  $0 \notin A$  อ่านว่า “0 ไม่เป็นสมาชิกของเซต A”

- 6 เซตจำกัด คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนนับหรือศูนย์
- 7 เซตอนันต์ คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกมากมายไม่จำกัด เมื่อใช้การเขียนแทนเซตแบบแจกแจงสมาชิก จะใช้สัญลักษณ์ “...” แทนสมาชิกตัวอื่นๆ ที่ไม่ได้เขียนแสดง

**อธิบาย** เช่น  $B = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

- 8 เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิก หรือไม่มีจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ “ $\emptyset$ ” หรือ “ $\{\}$ ”

**อธิบาย** เซต A เป็นเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่าศูนย์ เนื่องจาก ไม่มีจำนวนนับจำนวนใดเลยที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ดังนั้น A จึงเป็นเซตว่าง

- 9 สัญลักษณ์ที่ใช้แทนเซตของจำนวน โดยทั่วไปมีดังนี้

สัญลักษณ์	เซตที่ใช้แทน	เขียนแทนด้วยเซต
N	เซตของจำนวนนับ	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
Z, I	เซตของจำนวนเต็ม	$\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
Z <sup>+</sup> , I <sup>+</sup>	เซตของจำนวนเต็มบวก	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
Z <sup>-</sup> , I <sup>-</sup>	เซตของจำนวนเต็มลบ	$\{-1, -2, -3, -4, \dots\}$

A

พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อ

- 1) ไม่ถูกต้อง เพราะ จำนวนเฉพาะมีมากมายไม่จำกัด  
เซต A จึงเขียนแบบแจกแจงสมาชิกแทนด้วย  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$   
ดังนั้น A เป็นเซตอนันต์
- 2) ไม่ถูกต้อง เพราะ จำนวนนับมีมากมายไม่จำกัด  
เซต B จึงเขียนแบบแจกแจงสมาชิกแทนด้วย  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$   
ดังนั้น B เป็นเซตอนันต์
- 3) ถูกต้อง เพราะ เซตว่างเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิก หรือมีจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์  
เซต C จึงเขียนแทนด้วย  $C = \emptyset$  ดังนั้น C เป็นเซตจำกัด
- 4) ไม่ถูกต้อง เพราะจำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 0 มีมากมายไม่จำกัด เมื่อยกกำลัง 0 แล้วได้ 1 เสมอ เซต D จึงเขียนแทนด้วย  $D = \mathbb{R} - \{0\}$   
ดังนั้น D เป็นเซตอนันต์

Q

กำหนดให้

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$$

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

$$C = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

ข้อใดต่อไปที่ไม่ถูกต้อง

1)  $A \cup B \cup C = U$

2)  $A \cap B \cap C = \emptyset$

3)  $A' \cap B' = \{1, 9, 15\}$

4)  $A - C = \{2, 3, 5, 7\}$

C

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการตอบคำถามนี้มี 2 หัวข้อย่อย ดังนี้

- 1 **เอกภพสัมพัทธ์** คือ เซตที่สมาชิกทุกตัวที่สนใจจะต้องอยู่ในเซตนี้ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $U$  สมาชิกที่อยู่นอกเหนือจากเซตนี้จะไม่ถูกพิจารณา
- 2 **การดำเนินการของเซต** เราสามารถใช้การ์ด เนิน การของเซตเพื่อสร้างเซตใหม่ซึ่งยังอยู่ในเอกภพสัมพัทธ์เดียวกันได้ ดังนี้  
กำหนดให้  $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ ,  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  และ  $B = \{2, 3, 5, 7\}$

สัญลักษณ์	ความหมาย	ผลลัพธ์
$A \cup B$ ยูเนียน	เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B เซตใดเซตหนึ่ง หรือทั้งสองเซต	$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
$A \cap B$ อินเตอร์เซกชัน	เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของทั้งเซต A และ เซต B	$A \cap B = \{3, 5, 7\}$
$A'$ คอมพลีเมนต์	เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A	$A' = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
$A - B$ ผลต่าง	เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B	$A - B = \{1, 9\}$

**A**

พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อ

- 1) **ไม่ถูกต้อง** เพราะ  $A \cup B \cup C \neq \mathcal{U}$  เนื่องจาก  $1, 9 \notin A \cup B \cup C$
- 2) **ถูกต้อง** เพราะ  $A \cap B \cap C = \emptyset$  เนื่องจาก ไม่มีสมาชิกตัวใดเลยที่เป็นสมาชิกของทั้งเซต A, เซต B และ เซต C
- 3) **ถูกต้อง** เพราะ  $A' \cap B' = \{1, 9, 15\}$  เนื่องจาก  $A' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$   $B' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$  มีสมาชิกตัวที่เป็นสมาชิกของทั้งเซต A' และ B' คือ **1, 9, 15**
- 4) **ถูกต้อง** เพราะ  $A - C = \{2, 3, 5, 7\}$  เนื่องจาก มีสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต C คือ 2, 3, 5, 7

**คำตอบคือ 1)****T**

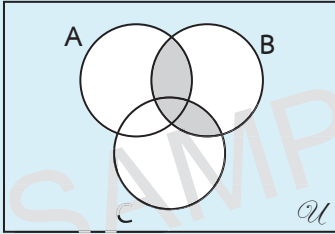
นอกจากวิธีข้างต้น เราอาจมองเซตแต่ละเซตเป็นแบบบอกเงื่อนไข คือ

- $\mathcal{U}$  แทนเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 20
  - A แทนเซตของจำนวนเฉพาะ
  - B แทนเซตของจำนวนคู่
  - C แทนเซตของจำนวนที่มากกว่า 10
- จากนั้น พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อ

- 1)  $A \cup B \cup C$  คือ เซตของจำนวนนับที่เป็นจำนวนเฉพาะ เป็นจำนวนคู่ **หรือมีค่ามากกว่า 10** ซึ่งอาจเป็นเงื่อนไขใดเงื่อนไขหนึ่ง เป็นทั้งสองเงื่อนไข หรือเป็นทั้งสามเงื่อนไขก็ได้ เนื่องจาก 1 และ 9 ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขใดเลย เพราะฉะนั้น  $1, 9 \notin A \cup B \cup C$  ดังนั้น  $A \cup B \cup C \neq \mathcal{U}$
- 2)  $A \cap B \cap C$  คือ เซตของจำนวนนับที่เป็นจำนวนเฉพาะ เป็นจำนวนคู่ **และมีค่ามากกว่า 10** ซึ่งจำนวนคู่ที่เป็นจำนวนเฉพาะนั้น คือ 2 เพียงตัวเดียว แต่ 2 ก็มีค่าไม่มากกว่า 10 ดังนั้น  $A \cap B \cap C = \emptyset$
- 3)  $A' \cap B'$  คือ เซตของจำนวนนับที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ **และไม่เป็นจำนวนคู่** ซึ่งมีสมาชิกเป็น 1, 9, 15 ดังนั้น  $A' \cap B' = \{1, 9, 15\}$
- 4)  $A - C$  คือ เซตของจำนวนนับที่เป็นจำนวนเฉพาะแต่มีค่าไม่มากกว่า 10 ซึ่งมีสมาชิกเป็น 2, 3, 5, 7 ดังนั้น  $A - C = \{2, 3, 5, 7\}$

Q

เซตในข้อใดต่อไปนี้ แรกเงาได้แตกต่างจากแผนภาพที่กำหนดให้



- 1)  $(A \cup C) \cap B$
- 2)  $(A \cap B) \cup (C \cap B)$
- 3)  $(A \cup C) - B'$
- 4)  $B - (A \cup C)$

C

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการตอบคำถามนี้ มีดังนี้

การแสดงการดำเนินการของเซตด้วยแผนภาพเวนน สามารถเขียนได้ดังตาราง

สัญลักษณ์	แผนภาพ	ผลลัพธ์
A		พื้นที่ 1, 2
$A \cup B$		พื้นที่ 1, 2, 3
$A \cap B$		พื้นที่ 2
$A'$		พื้นที่ 3, 4
$(A - B)$ หรือ $A \cap B'$		พื้นที่ 1

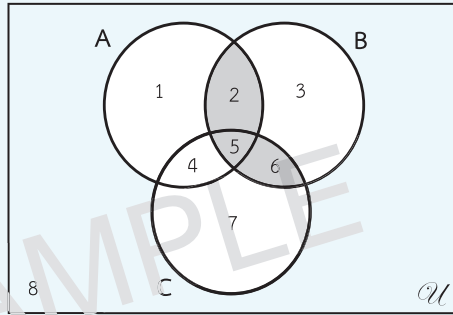
สัญลักษณ์	แผนภาพ	ผลลัพธ์
$(A \cup B)'$ หรือ $A' \cap B'$		พื้นที่ 4
$(A \cap B)'$ หรือ $A' \cup B'$		พื้นที่ 1, 3, 4
A		พื้นที่ 1, 2, 4, 5
$A - (B \cup C)$		เซต A แสดงด้วยพื้นที่ 1, 2, 4, 5 เซต $(B \cup C)$ แสดงด้วยพื้นที่ 2, 3, 4, 5, 6, 7 ดังนั้นพื้นที่ที่เป็นเซต A แต่ไม่เป็นเซต $(B \cup C)$ แสดงด้วยพื้นที่ 1
$A \cap B \cap C$		พื้นที่ 5
$A \cap B$		พื้นที่ 2, 5
$(A \cap B) - C$ หรือ $(A \cap B) \cap C'$		เซต $(A \cap B)$ แสดงด้วยพื้นที่ 2, 5 เซต C แสดงด้วยพื้นที่ 4, 5, 6, 7 ซึ่งพื้นที่ที่เป็นเซต $(A \cap B)$ แต่ไม่เป็นเซต C แสดงด้วยพื้นที่ 2

สัญลักษณ์	แผนภาพ	ผลลัพธ์
$A \cup B$		พื้นที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6
$(A \cup B) \cap C$		เซต $(A \cup B)$ แสดงด้วยพื้นที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6 เซต C แสดงด้วยพื้นที่ 4, 5, 6, 7 พื้นที่ของเซต $(A \cup B)$ และเซต C ที่ซ้อนทับกัน แสดงด้วยพื้นที่ 4, 5, 6

และมีความรู้ที่เกี่ยวข้องกัน คือ บทย่อยที่ 2 ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ ผลต่าง และเอกภพสัมพัทธ์

A

กำหนดตัวเลขกำกับเซตแต่ละเซต ตามแผนภาพ



สังเกตว่าเซตที่ต้องการแสดงด้วยพื้นที่ 2, 5, 6

พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อ

- 1) แรเงาได้ตามแผนภาพที่กำหนด เพราะ เซต  $(A \cup C)$  แสดงด้วยพื้นที่ 1, 2, 4, 5, 6, 7 และ เซต  $B$  แสดงด้วยพื้นที่ 2, 3, 5, 6 ซึ่งพื้นที่ของเซต  $(A \cup C)$  และเซต  $B$  ที่ซ้อนทับกัน แสดงด้วยพื้นที่ 2, 5, 6  
ดังนั้น เซต  $(A \cup C) \cap B$  แสดงด้วยพื้นที่ 2, 5, 6
- 2) แรเงาได้ตามแผนภาพที่กำหนด เพราะ เซต  $(A \cap B)$  แสดงด้วยพื้นที่ 2, 5 และเซต  $(C \cap B)$  แสดงด้วยพื้นที่ 5, 6 ซึ่งพื้นที่ของเซต  $(A \cap B)$  และเซต  $(C \cap B)$  รวมกันเป็นพื้นที่ 2, 5, 6  
ดังนั้น เซต  $(A \cap B) \cup (C \cap B)$  แสดงด้วยพื้นที่ 2, 5, 6
- 3) แรเงาได้ตามแผนภาพที่กำหนด เพราะ เซต  $(A \cup C)$  แสดงด้วยพื้นที่ 1, 2, 4, 5, 6, 7 และ เซต  $B'$  แสดงด้วยพื้นที่ 1, 4, 7 ซึ่งพื้นที่ที่เป็นเซต  $(A \cup C)$  แต่ไม่เป็นเซต  $B'$  แสดงด้วยพื้นที่ 2, 5, 6  
ดังนั้น เซต  $(A \cup C) - B'$  แสดงด้วยพื้นที่ 2, 5, 6
- 4) แรเงาได้แตกต่างจากแผนภาพที่กำหนด เพราะ เซต  $B$  แสดงด้วยพื้นที่ 2, 3, 5, 6 และ เซต  $(A \cup C)$  แสดงด้วยพื้นที่ 1, 2, 4, 5, 6, 7 ซึ่งพื้นที่ที่เป็นเซต  $B$  แต่ไม่เป็นเซต  $(A \cup C)$  แสดงด้วยพื้นที่ 3 ดังนั้น เซต  $B - (A \cup C)$  แสดงด้วยพื้นที่ 3

คำตอบคือ 4)



Q

กำหนดให้ A, B, C และ D เป็นสับเซตที่ไม่เป็นเซตว่างของเอกภพสัมพัทธ์  $\mathcal{U}$ โดยที่  $C \subset A \cap B$  และ  $D \cap (A \cup B) = \emptyset$ 

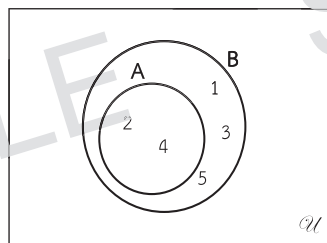
ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- 1)  $C \cap D = \emptyset$                       2)  $\emptyset \subset C \cup D$   
 3)  $A \cap C \subset B$                       4)  $C \in P(A \cap B)$

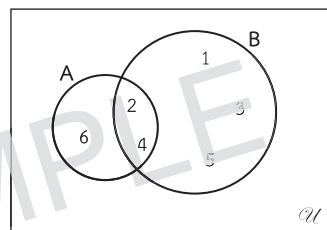
C

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการตอบคำถามนี้มี 3 หัวข้อย่อย ดังนี้

- 1 เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกของเซต A ทุกตัว เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A \subset B$

**อธิบาย** เช่น  $A = \{2, 4\}$  และ  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ สังเกตว่า สมาชิกทุกตัวของเซต A คือ 2, 4 เป็นสมาชิกของเซต B ดังนั้น เซต A จึงเป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย  $A \subset B$  แสดงได้ดังแผนภาพ

- 2 เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกของเซต A อย่างน้อย 1 ตัว ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $A \not\subset B$

**อธิบาย** เช่น  $A = \{2, 4, 6\}$  และ  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ สังเกตว่า มีสมาชิกของเซต A บางตัว คือ 6 ไม่เป็นสมาชิกของเซต B ดังนั้น A จึงไม่เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย  $A \not\subset B$  แสดงได้ดังแผนภาพ**ระวัง!**  $2 \in A$  แต่  $2 \notin A$  เพราะ 2 ไม่ใช่เซต

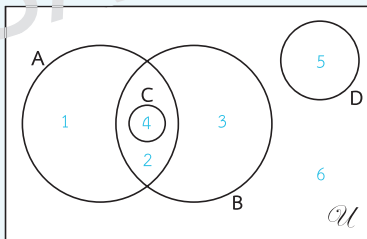
- 3** เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $P(A)$  สับเซตทั้งหมดของเซต A และเพาเวอร์เซตของเซต A แสดงความเกี่ยวข้องกันได้ดังนี้

เซต A	สับเซตทั้งหมดของเซต A	เพาเวอร์เซตของเซต A $P(A)$	จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซต A $n(P(A))$
{1}	$\emptyset, \{1\}$	$\{\emptyset, \{1\}\}$	2 หรือ $2^1$
{1, 2}	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$	$\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$	4 หรือ $2^2$
{1, 2, 3}	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$	$\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$	8 หรือ $2^3$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	1 หรือ $2^0$

- ข้อสังเกต**
- $\emptyset$  เป็นสับเซตของทุกเซต ( $\emptyset \subset A$ )
  - เซตทุกเซตจะเป็นสับเซตของตัวเอง ( $A \subset A$ )
  - ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิก n ตัว แล้วเพาเวอร์เซตจะมีจำนวนสมาชิกเท่ากับ  $2^n$  ตัว ซึ่งเท่ากับจำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A

**A**

วาดแผนภาพตามเงื่อนไขที่กำหนด และกำหนดตัวเลขกำกับเซตแต่ละเซต



พิจารณาตัวเลือกแต่ละข้อ

- ถูกต้อง เพราะ เซต C แสดงด้วยพื้นที่ 4 และเซต D แสดงด้วยพื้นที่ 5 ซึ่งพื้นที่ของเซต C และเซต D ไม่ซ้อนทับกัน ดังนั้น  $C \cap D = \emptyset$
- ไม่ถูกต้อง เพราะ เซตว่างเป็นสับเซตของทุกเซต ดังนั้น  $\emptyset \subset C \cup D$
- ถูกต้อง เพราะ เซต  $A \cap C$  แสดงด้วยพื้นที่ 4 และเซต B แสดงด้วยพื้นที่ 2, 3, 4 ซึ่งพื้นที่ของเซต  $A \cap C$  เป็นส่วนหนึ่งของพื้นที่ของเซต B ดังนั้น  $A \cap C \subset B$
- ถูกต้อง เพราะ  $C \subset A \cap B$  ดังนั้น  $C \in P(A \cap B)$

**คำตอบคือ 2)**

Q

ชมรมดนตรีสากลของมหาวิทยาลัยมีสมาชิกทั้งหมด 67 คน มีคนที่เป็นนักร้องทั้งหมด 48 คน มีคนที่เป็นนักร้องทั้งหมด 22 คน และมีคนที่ไม่เป็นทั้งนักดนตรีและนักร้อง 12 คน ในชมรมดนตรีสากลมีคนที่เป็นนักร้องหรือนักร้องเพียงอย่างเดียวกี่คน

C

ความรู้พื้นฐานที่จะเป็นสำหรับการตอบคำถามนี้มี 3 หัวข้อย่อย ดังนี้

### 1 จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

เราเขียนแทนจำนวนสมาชิกภายในเซต  $A$  ด้วยสัญลักษณ์  $n(A)$

**อธิบาย** เช่น ถ้า  $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$  แล้ว  $n(A) = 50$   
(จำนวนคู่บวกที่ไม่เกิน 100 มี 50 ตัว)

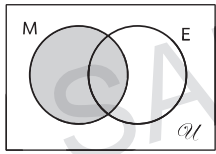
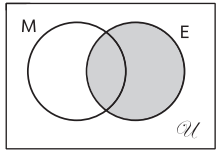
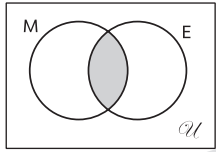
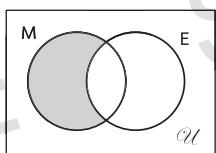
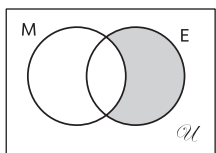
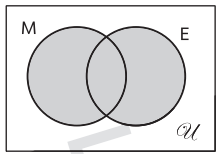
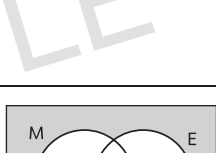
### 2 การใช้แผนภาพแสดงจำนวนสมาชิกของเซตจากเงื่อนไขที่กำหนด

**ตัวอย่าง** จากการสำรวจคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 50 คน พบว่า  
มี 25 คน ที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เกิน 60%  
และ มี 15 คน ที่ได้คะแนนวิชาภาษาอังกฤษเกิน 60%

จากข้อมูลที่กำหนดให้ สามารถเขียนแผนภาพได้ ดังนี้

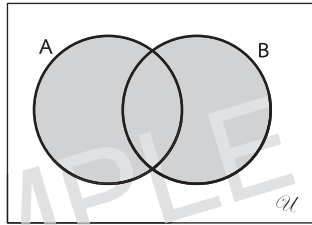
กำหนดให้  $U$  แทนเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6  
 $M$  แทนเซตของนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เกิน 60%  
 $E$  แทนเซตของนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาภาษาอังกฤษเกิน 60%

ข้อ	สัญลักษณ์	ความหมาย	จำนวนสมาชิก	แผนภาพ
1.	$U$	เซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6	50 ทั้งหมด	

ข้อ	สัญลักษณ์	ความหมาย	จำนวนสมาชิก	แผนภาพ
2.	M	เซตของนักเรียนที่สอบ วิชาคณิตศาสตร์ ได้เกิน 60%	25 *โจทย์กำหนด	
3.	E	เซตของนักเรียนที่สอบ วิชาภาษาอังกฤษได้ เกิน 60%	15 *โจทย์กำหนด	
4.	$M \cap E$	เซตของนักเรียนที่สอบ วิชาคณิตศาสตร์และ ภาษาอังกฤษได้เกิน 60% ทั้งสองวิชา	$x$ *สมมติตัวแปร	
5.	$M \cap E'$	เซตของนักเรียนที่สอบ วิชาคณิตศาสตร์ได้เกิน 60% เพียงวิชาเดียว	$25 - x$ *จากข้อ 2 และ 4	
6.	$M' \cap E$	เซตของนักเรียนที่สอบ วิชาภาษาอังกฤษได้เกิน 60% เพียงวิชาเดียว	$15 - x$ *จากข้อ 3 และ 4	
7.	$M \cup E$	เซตของนักเรียนที่สอบ วิชาคณิตศาสตร์หรือ ภาษาอังกฤษได้เกิน 60% ซึ่งอาจเป็นวิชาใด วิชาหนึ่งหรือทั้งสอง วิชาก็ได้	$(25 - x) + (x) + (15 + x)$ ซึ่งเท่ากับ $25 + 15 - x$ *จากข้อ 4, 5 และ 6	
8.	$(M \cup E)'$	เซตของนักเรียนที่สอบ วิชาคณิตศาสตร์และ ภาษาอังกฤษได้ไม่ เกิน 60% ทั้งสองวิชา	$50 - (25 + 15 - x)$ ซึ่งเท่ากับ $50 - 25 - 15 + x$ *จากข้อ 1 และ 7	

- 3 การหาจำนวนสมาชิกของเซต  $A \cup B$  สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ ดังนี้

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



และมีความรู้ที่เกี่ยวข้องกัน คือ บทย่อยที่ 3 แผนภาพเวนน์

A

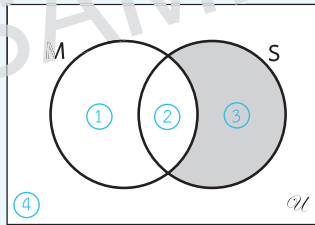
จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด เขียนแทนด้วยเซต ดังนี้

$\mathcal{U}$  แทนเซตของสมาชิกชมรมดนตรีสากล

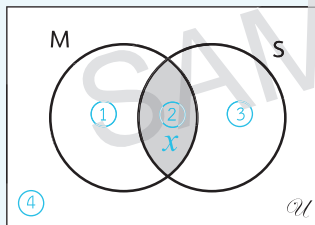
M แทนเซตของนักดนตรี

S แทนเซตของนักร้อง

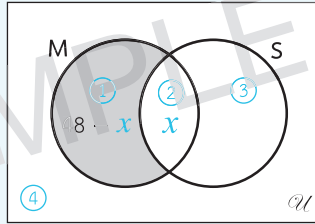
วาดแผนภาพตามเงื่อนไขและกำหนดตัวเลขกำกับในแต่ละเซต ดังนี้



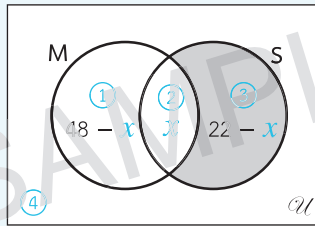
ขั้นที่ 1 แทนค่าลงในเซตของคนที่เป็นทั้งนักดนตรีและนักร้อง (พื้นที่ 2) เนื่องจากไม่ทราบจำนวนคนที่อยู่ในเซตนี้ ดังนั้น จึงแทนค่าเป็น  $x$  คน ดังแผนภาพ



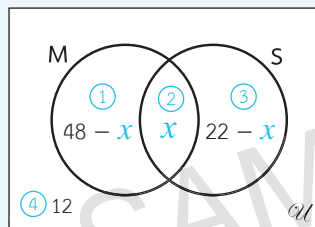
ขั้นที่ 2 แทนค่าลงในเซตของคนที่เป็นนักดนตรีเพียงอย่างเดียว เนื่องจากทราบว่าในชมรมมีนักดนตรีทั้งหมด 48 คน (พื้นที่ 1, 2) ซึ่งในจำนวนนี้มีคนที่เป็นนักร้องอยู่ด้วย (พื้นที่ 2)  $x$  คน ดังนั้น จึงมีคนที่เป็นนักดนตรีเพียงอย่างเดียว (พื้นที่ 1) คิดเป็น  $48 - x$  คน ดังแผนภาพ



ขั้นที่ 3 แทนค่าลงในเซตของคนที่เป็นนักร้องเพียงอย่างเดียว เนื่องจากทราบว่าในชมรมมีนักร้องทั้งหมด 22 คน (พื้นที่ 3, 2) ซึ่งในจำนวนนี้มีคนที่เป็นนักดนตรีอยู่ด้วย (พื้นที่ 2)  $x$  คน ดังนั้น จึงมีคนที่เป็นนักดนตรีเพียงอย่างเดียว (พื้นที่ 3) คิดเป็น  $22 - x$  คน ดังแผนภาพ



ขั้นที่ 4 แทนค่าลงในเซตของคนที่ไม่เป็นทั้งนักร้องและนักดนตรี (พื้นที่ 4) มีคนที่ไม่เป็นทั้งนักดนตรีและนักร้อง 12 คน ดังแผนภาพ



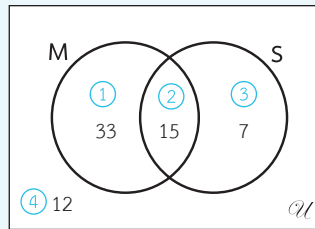
หลังจากแทนจำนวนได้ครบทุกเซตแล้ว จึงสร้างสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร  $x$  เนื่องจากในชมรมมีสมาชิกทั้งหมด 67 คน (พื้นที่ทุกส่วนรวมกันได้ 67) จึงเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$(48 - x) + (x) + (22 - x) + (12) = 67$$

$$82 - x = 67$$

$$x = 15$$

แทนค่า  $x$  ลงแผนภาพ จะได้จำนวนคนในแต่ละเซต ดังนี้



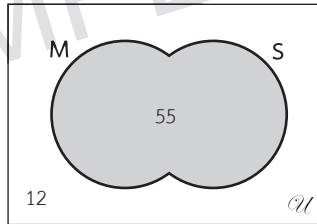
ดังนั้น ในชมรมดนตรีสากลมีคนที่เป็นนักดนตรีหรือนักร้องเพียงอย่างเดียว จำนวน  $33 + 7$  ซึ่งเท่ากับ 40 คน

คำตอบคือ 40 คน

T

จากความสัมพันธ์

- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  สามารถหาจำนวนคนในเซตต่างๆ ได้ดังนี้
- จากข้อมูลที่กำหนด เราทราบว่ามีคนในชมรม 67 คน และมีคนที่ไม่เป็นทั้งนักร้อง และนักดนตรี 12 คน ดังนั้น จึงมีคนที่เป็นนักดนตรีหรือนักร้อง ซึ่งอาจเป็นอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือเป็นทั้งสองอย่างก็ได้  $67 - 12$  ซึ่งเท่ากับ 55 คน

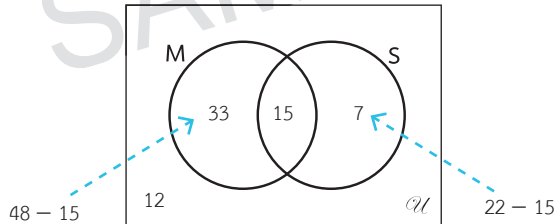


$$n(M \cup S) = n(M) + n(S) - n(M \cap S)$$

$$55 = 48 + 22 - n(M \cap S)$$

$$n(M \cap S) = 15$$

จำนวนคนในแต่ละเซต แสดงได้ดังแผนภาพ



จากแผนภาพจะเห็นว่า มีคนที่เป็นนักดนตรีหรือนักร้องเพียงอย่างเดียว จำนวน  $33 + 7$  ซึ่งเท่ากับ 40 คน



Q

จากการสำรวจนักเรียน 100 คน เกี่ยวกับการดูวิดีโอออนไลน์ พบว่า

64 คน ดูละครชุด

51 คน ดูรีวิวลินค้ำ

44 คน ดูรายการวาไรตี้

31 คน ดูละครชุดและรีวิวลินค้ำ

25 คน ดูละครชุดและรายการวาไรตี้

17 คน ดูรีวิวลินค้ำและรายการวาไรตี้

และ 4 คน ไม่ดูทั้งสามประเภทนี้

อยากทราบว่า นักเรียนที่ชอบดูละครชุด รีวิวลินค้ำ หรือรายการวาไรตี้เพียงอย่างเดียวมีกี่คน

C

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการตอบคำถามนี้มี 2 หัวข้อย่อย ดังนี้

## 1 การใช้แผนภาพแสดงจำนวนสมาชิกของเซตจากเงื่อนไขที่กำหนด

ตัวอย่าง

จากการสำรวจประเภทของหนังสือการ์ตูนที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 100 คน ชอบว่ากันว่า

มี 52 คน ชอบอ่านแนวสืบสวน

มี 38 คน ชอบอ่านแนวต่อสู้

มี 42 คน ชอบอ่านแนวผจญภัย

มี 20 คน ชอบอ่านแนวสืบสวนและแนวต่อสู้

มี 12 คน ชอบอ่านแนวสืบสวนและแนวผจญภัย

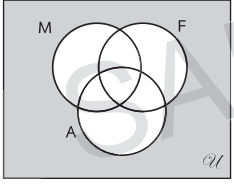
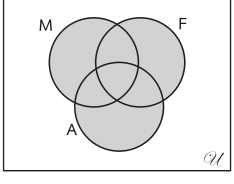
มี 15 คน ชอบอ่านแนวต่อสู้และแนวผจญภัย

และ มี 10 คน ที่ไม่ชอบอ่านทั้งสามแนวนั้น

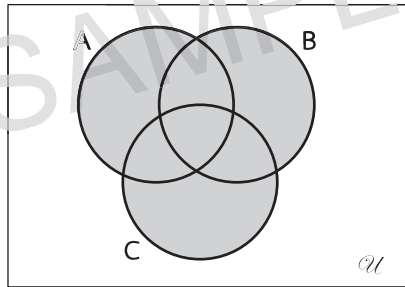
จากข้อมูลที่กำหนดให้ สามารถเขียนแผนภาพได้ ดังนี้

กำหนดให้  $U$  แทนเซตของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 $M$  แทนเซตของนักเรียน ที่ชอบอ่านแนวสืบสวน $F$  แทนเซตของนักเรียนที่ชอบอ่านแนวต่อสู้ $A$  แทนเซตของนักเรียนที่ชอบอ่านแนวผจญภัย

ข้อ	สัญลักษณ์	ความหมาย	จำนวนสมาชิก	แผนภาพ
1.	$U$	เซตของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	100 *โจทย์กำหนด	
2.	$M$	เซตของนักเรียนที่ชอบ อ่านแนวสืบสวน	52 *โจทย์กำหนด	
3.	$M \cap F \cap A$	เซตของนักเรียนที่ชอบ อ่านแนวสืบสวน แนวต่อสู้ และแนวผจญภัย ทั้งสามแนว	$x$ *สมมติตัวแปร	
4.	$M \cap F$	เซตของนักเรียนที่ชอบ อ่านแนวสืบสวน และ แนวต่อสู้ ทั้งสองแนว	20 *โจทย์กำหนด	
5.	$M \cap F \cap A'$	เซตของนักเรียนที่ชอบ อ่านแนวสืบสวน และ แนวต่อสู้ แต่ไม่อ่าน แนวผจญภัย	$20 - x$ *จากข้อ 3 และ 4	
6.	$M \cap A$	เซตของนักเรียนที่ชอบ อ่านแนวสืบสวน และแนว ผจญภัย ทั้งสองแนว	12 *โจทย์กำหนด	
7.	$M \cap F' \cap A$	เซตของนักเรียนที่ชอบ อ่านแนวสืบสวน และ แนวผจญภัย แต่ไม่อ่าน แนวต่อสู้	$12 - x$ *จากข้อ 3 และ 6	
8.	$M \cap F' \cap A'$	เซตของนักเรียนที่ชอบ อ่านแนวสืบสวน เพียงอย่างเดียว	$52 - (12 - x) -$ $(20 - x) - x$ ซึ่งเท่ากับ $52 - 12 - 20 + x$ *จากข้อ 2, 3, 5 และ 7	

ข้อ	สัญลักษณ์	ความหมาย	จำนวนสมาชิก	แผนภาพ
9.	$(M \cup F \cup A)'$	เซตของนักเรียนที่ไม่ชอบอ่านแนวสืบสวน แนวต่อสู้ และแนวผจญภัย ทั้งสามแนว	10 *โจทย์กำหนด	
10.	$M \cup F \cup A$	เซตของนักเรียนที่ชอบอ่านแนวสืบสวน แนวต่อสู้หรือแนวผจญภัย ซึ่งอาจชอบอ่านแนวใดแนวหนึ่ง ชอบอ่านทั้งสองแนว หรือชอบอ่านทั้งสามแนวก็ได้	100 - 10 *จากข้อ 1 และ 9	

- 2 การหาจำนวนสมาชิกของเซต  $A \cup B \cup C$  สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ ดังนี้
- $$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



และมีความรู้ที่เกี่ยวข้องกัน คือ บทย่อยที่ 3 แผนภาพเวนน

**A**

จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด เขียนแทนด้วยเซต ดังนี้

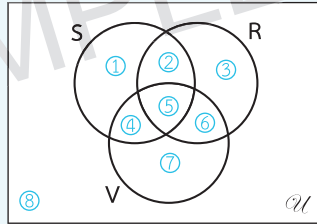
$U$  แทนเซตของนักเรียน 100 คน ที่ได้รับการสำรวจเกี่ยวกับการดูวิดีโอออนไลน์

$S$  แทนเซตของนักเรียนที่ดูละครชุด

$R$  แทนเซตของนักเรียนที่ดูรีวิวลินคำ

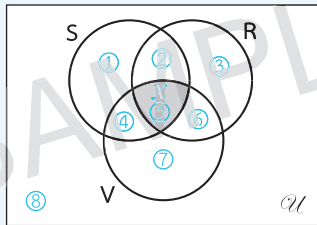
$V$  แทนเซตของนักเรียนที่ดูรายการวาไรตี้

วาดแผนภาพตามเงื่อนไขและกำหนดตัวเลขกำกับในแต่ละเซต ดังนี้



**ขั้นที่ 1** แทนค่าลงในเซตของคนที่ดูละครชุด รีวิวลินคำ รายการวาไรตี้ โดยดูทั้ง 3 ประเภท (พื้นที่ 5)

เนื่องจากไม่ทราบจำนวนคนที่อยู่ในเซตนี้ ดังนั้น จึงแทนค่าเป็น  $x$  คน ดังแผนภาพ



**ขั้นที่ 2** แทนค่าลงในเซตของคนที่ดูละครชุด รีวิวลินคำ รายการวาไรตี้ โดยดูเพียง 2 ประเภท

เนื่องจากมีอยู่  $x$  คน ที่ดูรายการทั้ง 3 ประเภท จึงสรุปจำนวนคนในแต่ละเซตได้ ดังนี้

- มี 31 คน ที่ดูละครชุดและรีวิวลินคำ (พื้นที่ 2, 5) ในจำนวนนี้มีคนที่ดูวาไรตี้ด้วย (พื้นที่ 5)  $x$  คน

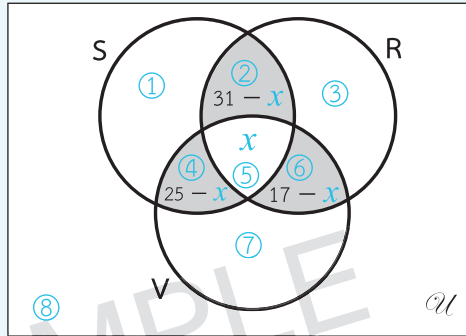
ดังนั้น จึงมีคนที่ดูละครชุดและรีวิวลินคำเพียง 2 ประเภท (พื้นที่ 2) คิดเป็น  $31 - x$  คน

- มี 25 คน ที่ดูละครชุดและรายการวาไรตี้ (พื้นที่ 4, 5) ในจำนวนนี้มีคนที่ดูรีวิวลินคำด้วย (พื้นที่ 5)  $x$  คน

ดังนั้น จึงมีคนที่ดูละครชุดและรายการวาไรตี้เพียง 2 ประเภท (พื้นที่ 4) คิดเป็น  $25 - x$  คน

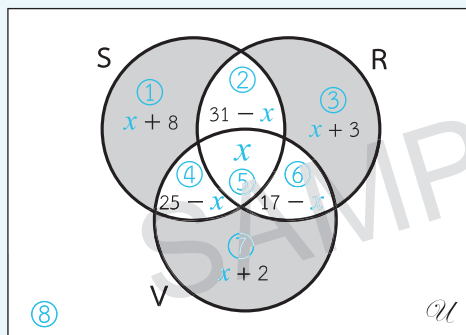
- มี 17 คน ที่ดูรีวิวลินคำและรายการวาไรตี้ (พื้นที่ 6, 5) ในจำนวนนี้มีคนที่ดูละครชุดด้วย (พื้นที่ 5)  $x$  คน

ดังนั้น จึงมีคนที่ดูรีวิวลินคำและรายการวาไรตี้เพียง 2 ประเภท (พื้นที่ 6) คิดเป็น  $17 - x$  คน ดังแผนภาพ

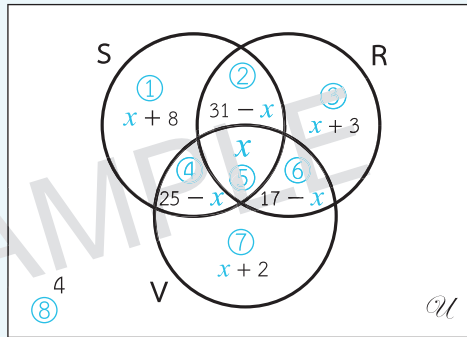


ขั้นที่ 3 แทนค่าลงในเซตของคนที่ถูกละครชุด ธีรวิวลินคำ ร่ายการวารีตี้ โดยดูเพียงประเภทเดียว  
สรุปจำนวนคนในแต่ละเซตได้ ดังนี้

- มี 64 คน ที่ถูกละครชุด (พื้นที่ 1, 2, 4, 5) ในจำนวนนี้มีคนที่ดูประเภทอื่นๆ ด้วย (พื้นที่ 2, 4, 5) คิดเป็น  $x + (31 - x) + (25 - x)$  ซึ่งเท่ากับ  $56 - x$  คน  
ดังนั้น จึงมีคนที่ถูกละครชุดเพียงประเภทเดียว (พื้นที่ 1) คิดเป็น  $64 - (56 - x)$  ซึ่งเท่ากับ  $x + 8$  คน
- มี 51 คน ที่ดูธีรวิวลินคำ (พื้นที่ 2, 3, 5, 6) ในจำนวนนี้มีคนที่ดูประเภทอื่นๆ ด้วย (พื้นที่ 2, 5, 6) คิดเป็น  $x + (31 - x) + (17 - x)$  ซึ่งเท่ากับ  $48 - x$  คน  
ดังนั้น จึงมีคนที่ถูกละครชุดเพียงประเภทเดียว (พื้นที่ 3) คิดเป็น  $51 - (48 - x)$  ซึ่งเท่ากับ  $x + 3$  คน
- มี 44 คน ที่ดูการวารีตี้ (พื้นที่ 4, 5, 6, 7) ในจำนวนนี้มีคนที่ดูประเภทอื่นๆ ด้วย (พื้นที่ 4, 5, 6) คิดเป็น  $x + (25 - x) + (17 - x)$  ซึ่งเท่ากับ  $42 - x$  คน  
ดังนั้น จึงมีคนที่ถูกละครชุดเพียงประเภทเดียว (พื้นที่ 7) คิดเป็น  $44 - (42 - x)$  ซึ่งเท่ากับ  $x + 2$  คน ดังแผนภาพ



ขั้นที่ 4 แทนค่าลงในเซตของคนที่ไม่ดูละครชุด รีวิวสินค้า รายการวาไรตี้ (พื้นที่ 8) มีคนที่ไม่ดูรายการทั้ง 3 ประเภท 4 คน ดังแผนภาพ



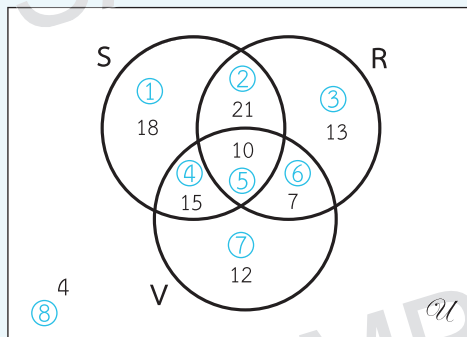
หลังจากแทนจำนวนได้ครบทุกเซตแล้ว จึงสร้างสมการเพื่อหาค่าของตัวแปร  $x$  เนื่องจากสำรวจนักเรียนมาทั้งหมด 100 คน (พื้นที่ทุกส่วนรวมกันได้ 100) จึงเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$(x + 8) + (31 - x) + (x + 3) + (25 - x) + (x) + (17 - x) + (x + 2) + (4) = 100$$

$$90 + x = 100$$

$$x = 10$$

แทนค่า  $x$  ลงแผนภาพ จะได้จำนวนนักเรียนในแต่ละเซต ดังนี้



ดังนั้น นักเรียนที่ชอบดูละครชุด รีวิวสินค้า หรือรายการวาไรตี้เพียงอย่างเดียว จำนวน  $18 + 13 + 12$  ซึ่งเท่ากับ 43 คน

คำตอบคือ 43 คน

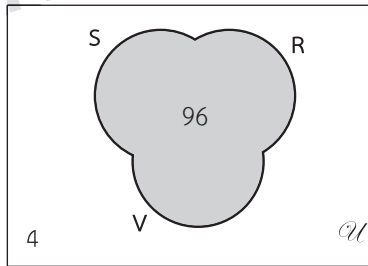
T

จากความสัมพันธ์

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

สามารถหาจำนวนคนในเซตต่างๆ ได้ดังนี้

จากข้อมูลที่กำหนด เราทราบว่ามึ้นักเรียนที่ได้รับการสำรวจ 100 คน และนักเรียนที่ไม่ดูทั้งละครชุด รีวิวสินค้า และรายการวาไรตี้ จำนวน 4 คน ดังนั้น จึงมีนักเรียนที่ดูละครชุด รีวิวสินค้า หรือรายการวาไรตี้ ซึ่งอาจดูประเภทใด ประเภทหนึ่ง ดูทั้งสองประเภท หรือดูทั้งสามประเภทก็ได้ จำนวน  $100 - 4$  ซึ่งเท่ากับ 96 คน

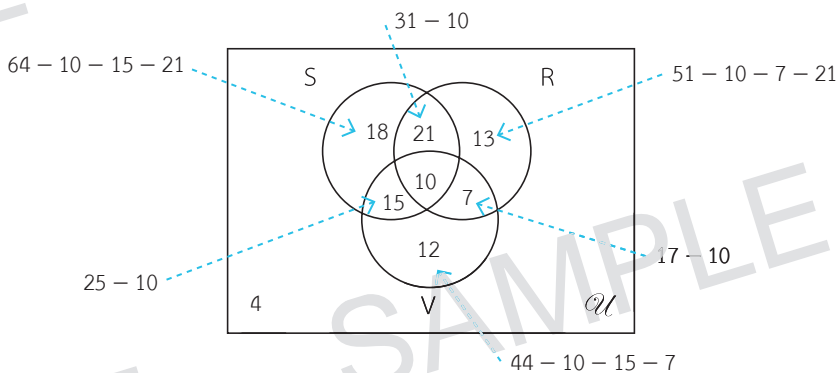


$$n(S \cup R \cup V) = n(S) + n(R) + n(V) - n(S \cap R) - n(S \cap V) - n(R \cap V) + n(S \cap R \cap V)$$

$$96 = 64 + 51 + 4 - 31 - 25 - 17 + n(S \cap R \cap V)$$

$$n(S \cap R \cap V) = 10$$

จำนวนนักเรียนในแต่ละเซต แสดงได้ดังแผนภาพ



จากแผนภาพจะเห็นว่า มีนักเรียนที่ชอบดูละครชุด รีวิวสินค้า หรือรายการวาไรตี้เพียงอย่างเดียว จำนวน  $18 + 13 + 12$  ซึ่งเท่ากับ 43 คน

# 7

บทที่ 1 เซต

## การแก้ปัญหาเกี่ยวกับเซต (แผนภาพเวนน)

Q

จากการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 150 คน เกี่ยวกับบทความบนสื่อออนไลน์ที่นักเรียนสนใจ โดยมีให้เลือก 3 หัวข้อ คือ แฟชั่น ดนตรี และสุขภาพ สรุปข้อมูลได้ดังนี้

72 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่น

80 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับดนตรี

66 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับสุขภาพ

31 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรี

32 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับดนตรีเพียงอย่างเดียว

63 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่น ดนตรี หรือสุขภาพ 2 หัวข้อขึ้นไป

และ 8 คน ไม่ชอบอ่านบทความทั้ง 3 หัวข้อ

ถามว่า นักเรียนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรีแต่ไม่อ่านสุขภาพมีกี่คน

C

ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการตอบคำถาม มี ดังนี้

**การใช้แผนภาพแสดงจำนวนสมาชิกของเซตจากเงื่อนไขที่กำหนด**

**ตัวอย่าง** จากการสำรวจกิจกรรมที่นักเรียนทำตอนปิดภาคเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 150 คน พบว่า

มี 66 คน ทำกิจกรรมวิชาการ

มี 59 คน ทำกิจกรรมดนตรี

มี 16 คน ทำกิจกรรมวิชาการและกิจกรรมดนตรี

มี 21 คน ทำกิจกรรมวิชาการและกิจกรรมกีฬา

มี 41 คน ทำกิจกรรมวิชาการเพียงกิจกรรมเดียว

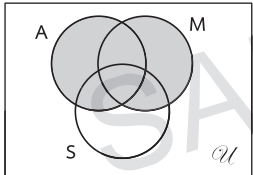
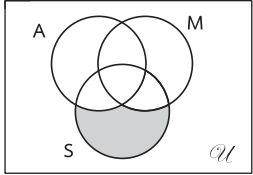
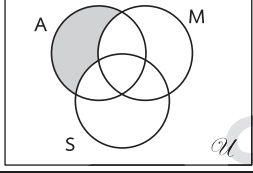
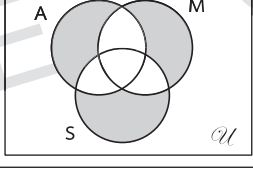
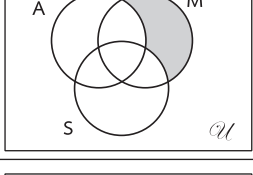
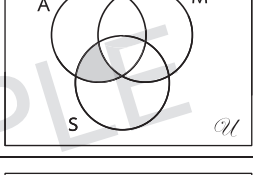
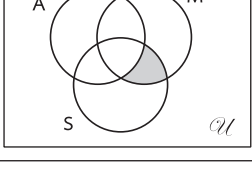
มี 85 คน ทำกิจกรรมวิชาการ กิจกรรมดนตรี หรือกิจกรรมกีฬา เพียงกิจกรรมเดียว

และ มี 26 คน ไม่ทำทั้งสามกิจกรรมนี้

จากข้อมูลที่กำหนดให้ สามารถเขียนแผนภาพได้ ดังนี้

กำหนดให้	$U$	แทนเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
	A	แทนเซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมวิชาการ
	M	แทนเซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมดนตรี
	S	แทนเซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมกีฬา



ข้อ	สัญลักษณ์	ความหมาย	จำนวนสมาชิก	แผนภาพ
1.	$A \cup M$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมวิชาการหรือกิจกรรมดนตรี ซึ่งอาจทำกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่งหรือทั้งสองกิจกรรมก็ได้	$66 + 59 - 16 = 109$ *โจทย์กำหนด	
2.	$A' \cap M' \cap S$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมกีฬาเพียงอย่างเดียว	$150 - 109 - 26 = 15$ *โจทย์กำหนด และจากข้อ 1	
3.	$A \cap M' \cap S'$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมวิชาการเพียงอย่างเดียว	41 *โจทย์กำหนด	
4.	$(A \cap M' \cap S') \cup (A' \cap M \cap S') \cup (A' \cap M' \cap S)$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมวิชาการ กิจกรรมดนตรี หรือกิจกรรมกีฬาเพียงกิจกรรมเดียว	85 *โจทย์กำหนด	
5.	$A' \cap M \cap S'$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมดนตรีเพียงอย่างเดียว	$85 - 15 - 41 = 29$ *จากข้อ 2, 3 และ 4	
6.	$A \cap M' \cap S$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมวิชาการและกิจกรรมกีฬา แต่ไม่ทำกิจกรรมดนตรี	$66 - 16 - 41 = 9$ *โจทย์กำหนด และจากข้อ 3	
7.	$A' \cap M \cap S$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมดนตรีและกิจกรรมกีฬา แต่ไม่ทำกิจกรรมวิชาการ	$59 - 16 - 29 = 14$ *โจทย์กำหนด และจากข้อ 5	

ข้อ	สัญลักษณ์	ความหมาย	จำนวนสมาชิก	แผนภาพ
8.	$A \cap M \cap S$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมวิชาการ กิจกรรมดนตรี และกิจกรรมกีฬา ทั้งสามกิจกรรม	$21 - 9 = 12$ *จากโจทย์กำหนด และจากข้อ 6	
9.	$A \cap M \cap S'$	เซตของนักเรียนที่ทำกิจกรรมวิชาการ และกิจกรรมดนตรี แต่ไม่ทำกิจกรรมกีฬา	$16 - 12 = 4$ *จากโจทย์กำหนด และจากข้อ 8	

และมีความรู้ที่เกี่ยวข้องกัน คือ บทย่อยที่ 3 แผนภาพเวเนน และบทย่อยที่ 5 จำนวนสมาชิกของเซตจำกัดและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเซต

**A**

จากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด เขียนแทนด้วยเซต ดังนี้

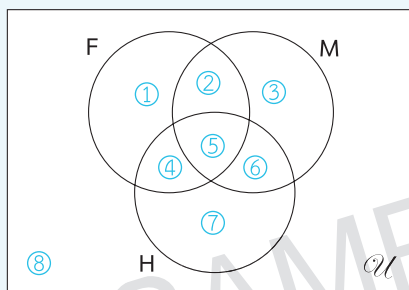
$\mathcal{U}$  แทนเซตของนักเรียน 150 คน ที่ได้รับการสำรวจเกี่ยวกับการอ่านบทความบนสื่อออนไลน์

F แทนเซตของนักเรียนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่น

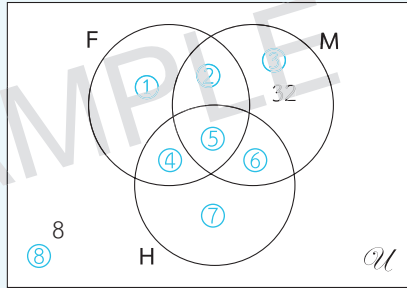
M แทนเซตของนักเรียนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับดนตรี

H แทนเซตของนักเรียนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับสุขภาพ

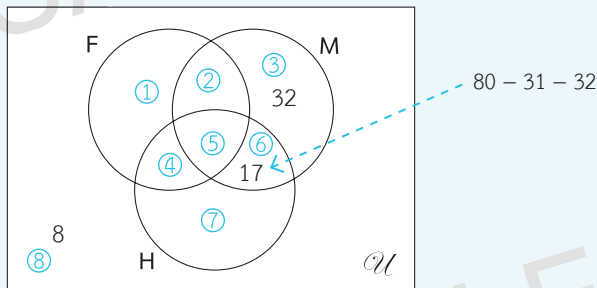
วาดแผนภาพตามเงื่อนไขและกำหนดตัวเลขกำกับในแต่ละเซต ดังนี้



- ขั้นที่ 1 เมื่อพิจารณาจากเงื่อนไขทั้งหมด พบว่า เงื่อนไข  
 “32 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับดนตรีเพียงอย่างเดียว” (พื้นที่ 3) และ  
 “8 คน ไม่ชอบอ่านบทความทั้ง 3 หัวข้อ” (พื้นที่ 8)  
 เป็นเงื่อนไขที่สามารถแทนจำนวนคนได้ทันที ดังแผนภาพ



- ขั้นที่ 2 จากเงื่อนไข  
 “80 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับดนตรี” (พื้นที่ 2, 3, 5, 6)  
 “31 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรี” (พื้นที่ 2, 5) และ  
 “32 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับดนตรีเพียงอย่างเดียว” (พื้นที่ 3)  
 ทำให้ทราบว่า มีคนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับดนตรีและสุขภาพแต่ไม่อ่านแฟชั่น  
 (พื้นที่ 6) จำนวน  $80 - 31 - 32$  ซึ่งเท่ากับ **17 คน** ดังแผนภาพ



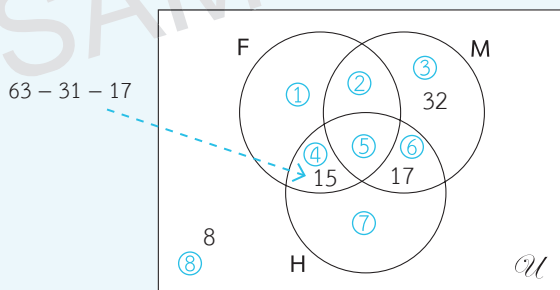
### ขั้นที่ 3 จากเงื่อนไข

“63 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่น ดนตรี หรือสุขภาพ 2 หัวข้อขึ้นไป” (พื้นที่ 2, 4, 5, 6)

“31 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรี (พื้นที่ 2, 5)” และ

จากข้อมูลที่ทราบในขั้นที่ 2 (พื้นที่ 6) จำนวน 17 คน

ทำให้ทราบว่า มีคนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและสุขภาพแต่ไม่อ่านดนตรี (พื้นที่ 4) จำนวน  $63 - 31 - 17$  ซึ่งเท่ากับ **15 คน** ดังแผนภาพ



### ขั้นที่ 4 จากเงื่อนไข

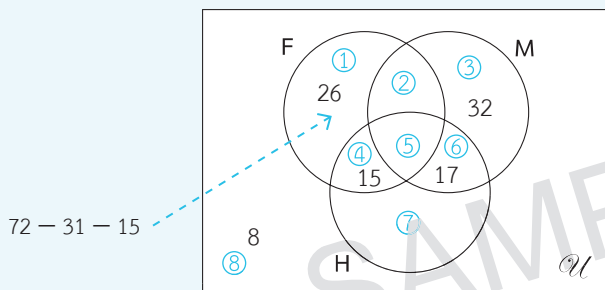
“72 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่น” (พื้นที่ 1, 2, 4, 5)

“31 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรี (พื้นที่ 2, 5)” และ

จากข้อมูลที่ทราบในขั้นที่ 3 (พื้นที่ 4) จำนวน 15 คน

ทำให้ทราบว่า มีคนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นเพียงอย่างเดียว (พื้นที่ 1)

จำนวน  $72 - 31 - 15$  ซึ่งเท่ากับ **26 คน** ดังแผนภาพ



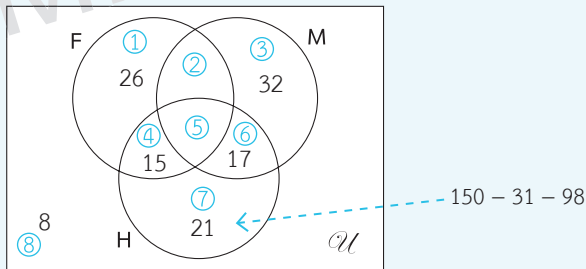
ขั้นที่ 5 จากเงื่อนไข

“นักเรียนที่ได้รับการสำรวจทั้งหมด 150 คน (พื้นที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)”

“31 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรี (พื้นที่ 2, 5)” และ

จากข้อมูลที่ทราบในขั้นที่ 1 – 4 (พื้นที่ 1, 3, 4, 6, 8) จำนวน  $26 + 32 + 15 + 17 + 8$  ซึ่งเท่ากับ 98 คน

ทำให้ทราบว่า มีคนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับสุขภาพเพียงอย่างเดียว (พื้นที่ 7) จำนวน  $150 - 31 - 98$  ซึ่งเท่ากับ 21 คน ดังแผนภาพ



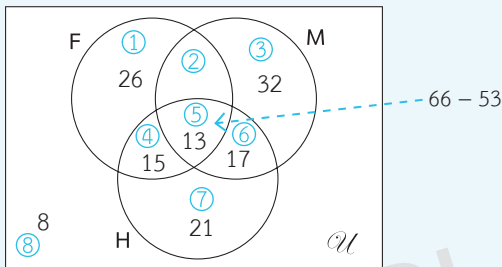
ขั้นที่ 6 จากเงื่อนไข

“66 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับสุขภาพ (พื้นที่ 4, 5, 6, 7)” และ

จากข้อมูลที่ทราบในขั้นที่ 2, 3, 5 (พื้นที่ 4, 6, 7)  $15 + 17 + 21$  ซึ่งเท่ากับ 53 คน

ทำให้ทราบว่า มีคนที่ชอบอ่านบทความทั้ง 3 หัวข้อ (พื้นที่ 5)

จำนวน  $66 - 53$  ซึ่งเท่ากับ 13 คน ดังแผนภาพ



ขั้นที่ 7 จากเงื่อนไข

“31 คน ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรี (พื้นที่ 2, 5)” และ

จากข้อมูลที่ทราบในขั้นที่ 6 (พื้นที่ 5) จำนวน 13 คน

ทำให้ทราบว่า มีคนที่ชอบอ่านบทความเกี่ยวกับแฟชั่นและดนตรีแต่ไม่อ่านสุขภาพ (พื้นที่ 2) จำนวน  $31 - 13$  ซึ่งเท่ากับ 18 คน

คำตอบคือ 18 คน